

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра Управление качеством

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ
по дисциплине "Теория принятия управленческих решений"

г. Ростов-на-Дону, 2021

ВВЕДЕНИЕ

Целью выполнения практических работ является формирование необходимых компетенций, установленных ФГОС.

Задачи. Выработать умения принятия решений в условиях многокритериальности и неопределенности; освоить алгоритмы решения задач с помощью рассматриваемых методов.

Задания представлены для 3 задач.

При выполнении задания студенту необходимо выбрать свой вариант исходных данных, который соответствует порядковому номер студента в списке группы.

ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

№ варианта	Задача 1	Задача 2	Задача 3
1	1.1	2.1	3.1
2	1.2	2.2	3.2
3	1.3	2.3	3.3
4	1.4	2.4	3.4
5	1.5	2.5	3.5
6	1.6	2.6	3.6
7	1.7	2.7	3.7
8	1.8	2.8	3.8
9	1.9	2.9	3.9
10	1.10	2.10	3.10
11	1.11	2.11	3.11
12	1.12	2.12	3.12
13	1.13	2.13	3.13
14	1.14	2.14	3.14
15	1.15	2.15	3.15

Задача 1. ВЫБОР ПРОДУКЦИИ ПРИ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ИСХОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ

В практической деятельности менеджеров и инженеров одним из часто повторяющихся действий является выбор (принятие решений). Задачи выбора чрезвычайно разнообразны. Отсюда различны и методы их решения. Самым простым и более развитым является критериальный метод. Основопологающее предположение состоит в том, что отдельно взятый сравниваемый вариант можно оценить конкретным числом (значением критерия) и тогда сравнение вариантов сводится к сравнению соответствующих им чисел.

Сложность выбора лучшего варианта значительно возрастает из-за того, что оценивать любую альтернативу единственным числом практически неприемлемо. Корректное сравнение

вариантов приводит к необходимости оценивать их не по одному, а по нескольким критериям, качественно различающихся между собой. В реальности очень редко встречаются ситуации, когда в некотором наборе вариантов имеется альтернатива, обладающая наибольшими значениями всех критериев. Поэтому проблема разработки методов многокритериального анализа является актуальной.

Один из подходов к решению указанной проблемы заключается в преобразовании многокритериальной задачи в однокритериальную. Это означает введение суперкритерия, то есть скалярной функции векторного аргумента:

$$Q(x) = Q(q_1(x), q_2(x), \dots, q_n(x)).$$

Суперкритерий позволяет упорядочить варианты решения по величине Q , выделив тем самым лучший (в смысле этого критерия).

Задача. С помощью обобщенного показателя определить наиболее предпочтительную продукцию. В табл. 1.1 представлены значения показателей зерноуборочных комбайнов различных фирм.

Таблица 1.1 – Значения частных критериев

№	Модель	Критерии								
		X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉
1	ДОН_1500	10,0	16,25	20,0	3,0	1,25	2,25	81,7	106,0	10,0
2	DOMINATOR_98SL	8,7	11,83	24,0	2,0	2,30	0,40	80,5	120,0	5,0
3	FIATAGRI_3600	8,0	13,40	21,4	2,0	0,80	1,00	84,0	120,0	5,0
4	M_7720_TITAN11	7,8	12,50	25,9	3,0	2,80	6,20	81,0	141,0	5,0
5	DD_8820	10,1	20,60	29,5	3,0	0,30	0,70	81,0	119,0	5,0
6	DOMINATOR_68	6,7	10,30	14,4	1,7	1,00	2,00	88,0	140,0	5,0
7	KEYS_1660	10,0	18,00	27,0	3,0	0,90	3,40	84,0	130,0	5,0
8	DD_1055	6,0	10,80	17,5	2,0	1,20	0,30	79,5	150,0	5,0
9	E_516B	8,0	3,20	17,0	1,7	1,10	0,70	84,0	223,0	13,0

В таблице 1.1 приняты следующие обозначения:

X₁ — пропускная способность, кг/с; X₂ — производительность, т/ч; X₃ — расход топлива, л/ч; X₄ — потери зерна за молотилкой, %; X₅ — дробление зерна, %; X₆ — сорная примесь, %; X₇ — уровень шума в кабине, дБ; X₈ — наработка, ч; X₉ — число отказов.

Таблица 1.2 – Варианты заданий

№ варианта	№ модели	Параметры
1.1	1, 2, 3	X ₁ X ₂ X ₃ X ₄
1.2	1, 2, 4	X ₁ X ₂ X ₃ X ₅
1.3	1, 2, 5	X ₁ X ₂ X ₃ X ₆
1.4	1, 2, 6	X ₁ X ₂ X ₃ X ₇
1.5	1, 4, 5	X ₁ X ₂ X ₃ X ₈
1.6	1, 4, 6	X ₂ X ₃ X ₄ X ₅
1.7	1, 4, 7	X ₂ X ₃ X ₄ X ₆
1.8	1, 5, 6	X ₂ X ₃ X ₇ X ₈
1.9	1, 5, 7	X ₂ X ₃ X ₄ X ₈
1.10	1, 6, 7	X ₂ X ₃ X ₆ X ₇
1.11	1, 5, 8	X ₂ X ₃ X ₅ X ₈
1.12	1, 5, 9	X ₄ X ₅ X ₆ X ₇
1.13	3, 4, 5	X ₄ X ₅ X ₆ X ₈
1.14	3, 4, 6	X ₅ X ₆ X ₇ X ₈
1.15	3, 4, 7	X ₃ X ₄ X ₅ X ₆

Задача 2. ВЫБОР ПРОДУКЦИИ С УЧЕТОМ ВЕСОМОСТИ ЧАСТНЫХ КРИТЕРИЕВ

Решить задачу методом анализа иерархий с использованием исходных данных задачи 1.

Задача 3. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОДУКЦИИ

Анализ закономерности эволюции технических систем показывает, что имеются определенные тенденции в изменениях параметров аналогичной продукции во времени. В качестве примера можно рассмотреть изменение технического уровня зерноуборочного комбайна: повышается пропускная способность, масса комбайна, диаметр молотильного барабана, вместимость бункера и др. Поэтому, естественно, что оценки параметров вновь создаваемой, либо модернизируемой конструкции комбайна, удовлетворяющей изменившимся условиям (потребностям), можно искать на основе опыта создания прошлых образцов. Таким образом, возникает задача прогнозирования технического уровня новых машин. При этом, точность прогнозирования параметров изделия играет большую роль при принятии решения о создании нового образца продукции.

Варианты заданий для самостоятельной работы

3.1. Определить выходной параметр – пропускную способность комбайна Y_3 с параметрами $A_3(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$. Для решения задачи использовать данные машин-аналогов (табл. 3.1) с учетом, что $Y_1 = 3$ кг/с и $Y_2 = 5$ кг/с.

3.2. Определить выходной параметр – мощность двигателя комбайна Y_3 с параметрами $A_3(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$. Для решения использовать имеющиеся проектные ситуации (табл. 3.1) с учетом, что $Y_1 = 48$ кВт и $Y_2 = 88$ кВт.

3.3. Определить выходной параметр – пропускную способность комбайна Y_3 с параметрами $A_3(X_1, X_2, X_3, X_4)$. Для решения задачи использовать данные машин-аналогов (табл. 3.1) с учетом, что $Y_1 = 3$ кг/с и $Y_2 = 5$ кг/с.

3.4. Определить выходной параметр – мощность двигателя комбайна Y_3 с параметрами $A_3(X_1, X_2, X_3, X_4)$. Для решения использовать имеющиеся проектные ситуации (табл. 3.1) с учетом, что $Y_1 = 48$ кВт и $Y_2 = 88$ кВт.

3.5. Определить выходной параметр – пропускную способность комбайна Y_3 с параметрами $A_3(X_1, X_2, X_3)$. Для решения задачи использовать данные машин-аналогов (табл. 3.1) с учетом, что $Y_1 = 3$ кг/с и $Y_2 = 5$ кг/с.

3.6. Определить выходной параметр – мощность двигателя комбайна Y_3 с параметрами $A_3(X_1, X_2, X_3)$. Для решения использовать имеющиеся проектные ситуации (табл. 3.1) с учетом, что $Y_1 = 48$ кВт и $Y_2 = 88$ кВт.

3.7. Определить выходной параметр – пропускную способность комбайна Y_3 с параметрами $A_3(X_2, X_3, X_4, X_5)$. Для решения задачи использовать данные машин-аналогов (табл. 3.1) с учетом, что $Y_1 = 3$ кг/с и $Y_2 = 5$ кг/с.

3.8. Определить выходной параметр – мощность двигателя комбайна Y_3 с параметрами $A_3(X_2, X_3, X_4, X_5)$. Для решения использовать имеющиеся проектные ситуации (табл. 3.1) с учетом, что $Y_1 = 48$ кВт и $Y_2 = 88$ кВт.

3.9. Определить выходной параметр – пропускную способность комбайна Y_3 с параметрами $A_3(X_2, X_3, X_4)$. Для решения задачи использовать данные машин-аналогов (табл. 3.1) с учетом, что $Y_1 = 3$ кг/с и $Y_2 = 5$ кг/с.

3.10. Определить выходной параметр – мощность двигателя комбайна Y_3 с параметрами $A_3(X_2, X_3, X_4)$. Для решения использовать имеющиеся проектные ситуации (табл. 3.1) с учетом, что $Y_1 = 48$ кВт и $Y_2 = 88$ кВт.

3.11. Определить выходной параметр – пропускную способность комбайна Y_3 с параметрами $A_3(X_1, X_2, X_4)$. Для решения задачи использовать данные машин-аналогов (табл. 3.1) с учетом, что $Y_1 = 3$ кг/с и $Y_2 = 5$ кг/с.

3.12. Определить выходной параметр – мощность двигателя комбайна Y_3 с параметрами $A_3(X_1, X_2, X_4)$. Для решения использовать имеющиеся проектные ситуации (табл. 3.1) с учетом, что $Y_1 = 48$ кВт и $Y_2 = 88$ кВт.

3.13. Определить выходной параметр – массу комбайна DD8820 с параметрами $A_3(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$. Для решения использовать имеющиеся проектные ситуации (табл. 3.2)

3.14. Определить выходной параметр – мощность двигателя комбайна DD8820 с параметрами $A_3(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$. Для решения использовать имеющиеся проектные ситуации (табл. 3.2).

3.15. Определить выходной параметр – массу комбайна DD8820 с параметрами $A_3(X_1, X_2, X_3, X_4)$. Для решения использовать имеющиеся проектные ситуации (табл. 3.2).

Таблица 3.1 – Значение технических характеристик машин-аналогов

Марка комбайна	F_j (масса)	A_j	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
СК-3	5580	A_1	1,2	0,6	1,95	3,16	1,8
СК-5	7890	A_2	1,2	0,6	2,49	4,26	3,0
Дон-1500	13400	A_3	1,5	0,8	4,42	6,02	3,0

Таблица 3.2 – Конструктивные параметры зернокомбайнов

Марка "Джон Дир"	Входные параметры				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
	Ширина молотилки, м	Диаметр барабана, м	Площадь решет очистки, м ³	Площадь соломот- ряса, м ²	Объем бункера, м ³
DD975	1,3	0,61	4,60	4,72	4,2
DD985	1,6	0,61	5,32	5,55	4,2
DD8820	1,66	0,56	4,39	6,36	7,8

Продолжение табл. 3.2

Марка "Джон Дир"	Выходной параметр	
	Масса комбай- на, кг	Мощность двигателя, кВт
DD975	8150	110
DD985	8990	125
DD8820	11210	165

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра Управление качеством

ОБОБЩЕННАЯ ФУНКЦИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Методические указания для практических работ
по дисциплине «Теория принятия управленческих решений»

Ростов-на-Дону
2021

Построение обобщенного критерия эффективности

В практической деятельности экономистов, менеджеров и инженеров одним из часто повторяющихся действий является выбор (принятие решений). Задачи выбора чрезвычайно разнообразны. Отсюда различны и методы их решения. Самым простым и более развитым является критериальный метод [11]. Основополагающее предположение состоит в том, что отдельно взятый сравниваемый вариант можно оценить конкретным числом (значением критерия) и тогда сравнение вариантов сводится к сравнению соответствующих им чисел.

Сложность выбора лучшего варианта значительно возрастает из-за того, что оценивать любую альтернативу единственным числом практически неприемлемо (таблица 3.1). Корректное сравнение вариантов приводит к необходимости оценивать их не по одному, а по нескольким критериям, качественно различающихся между собой. В реальности очень редко встречаются ситуации, когда в некотором наборе вариантов имеется альтернатива, обладающая наибольшими значениями всех критериев. Поэтому проблема разработки методов многокритериального анализа является актуальной.

Один из подходов к решению указанной проблемы заключается в преобразовании многокритериальной задачи в однокритериальную [1, 2]. Это означает введение суперкритерия, то есть скалярной функции векторного аргумента:

$$Q(x) = Q(q_1(x), q_2(x), \dots, q_N(x)).$$

Суперкритерий позволяет упорядочить варианты решения по величине Q , выделив тем самым лучший (в смысле этого критерия).

Рассмотрим два варианта уборки зерновых: комбайновый и индустриальный. Эти технологии уборки зерновых можно сравнить, используя комплекс критериев, состоящий из 10 частных критериев (таблица 3.7) [3].

Таблица 3.7 – Значение показателей

N	Наименование показателя	NAP	Границы изменения показателя		Технология уборки	
			Xmin	Xmax	комбайновая	индустриальная
1	Энергоемкость процесса, квт. ч/га	0	300	500	420	350
2	Затраты труда на единицу площади, чел. ч/га	0	4	10	8	5
3	Время работы в сутки, ч	1	0	22	13	20
4	Потери зерна в поле, %	0	0,5	15	10	2
5	Сбор семян сорняков в поле, %	1	10	95	20	90
6	Потери продуктивной влаги в почве, %	0	10	90	80	10
7	Квалификация комбайнеров, %	0	30	100	95	40
8	Коэффициент надежности	1	0.4	0,98	0,6	0,9
9	Масса машины, т	0	5	18	13,7	8
10	Себестоимость 1т. зерна	0	30	120	90	60

Здесь **NAP** - признак влияния фактора на результат. 1 – означает, что с увеличением значения фактора эффективность повышается, например, чем больше процент убранных семян сорняков, тем лучше. 0 - означает, что с увеличением значения фактора эффективность падает, например, чем больше себестоимость зерна, тем хуже.

Если **NAP=1**, то говорят, что влияние фактора на результат прямое. Если **NAP = 0**, то влияние фактора на результат - обратное.

Способ решения задачи

Одним из эффективных способов построения суперкритерия при многокритериальном анализе различных видов продукции является обобщенная функция желательности Харрингтона [1]. В основе построения которой лежит идея преобразования натуральных значений частных критериев (или характеристик) в безразмерную шкалу желательности или предпочтительности (таблица 3.8).

Таблица 3.8 – Значения шкалы желательности

Желательность	Отметки на шкале желательности
очень хорошо	1,00 – 0,80
хорошо	0,80 – 0,63
удовлетворительно	0,63 – 0,37
плохо	0,37 – 0,20
очень плохо	0,20 – 0,00

В таблице 2 представлены числа, соответствующие некоторым точкам кривой, которая задается формулой

$$d = e^{-e^{-x}}, \quad (3.12)$$

Как видно из таблицы 2 шкала желательности имеет интервал от нуля до единицы.

Значение $d = 0$ соответствует абсолютно неприемлемому уровню данного свойства, а значение $d = 1$ - самому лучшему значению свойства.

Выбор отметок на шкале желательности 0,63 и 0,37 объясняется удобством вычислений: $0,63 = 1 - (1/e)$; $0,37 = 1/e$.

Именно эти точки являются точками перегиба кривой, построенной по уравнению (3.7) (рисунок 3.1).

Выбор этой кривой не является единственной возможностью. Однако она возникла в результате наблюдений за реальными решениями экспериментаторов и обладает такими полезными свойствами как непрерывность, монотонность и гладкость. Кроме того, эта кривая хорошо передает тот факт, что в областях желательностей, близких к 0 и 1, чувствительность ее существенно ниже, чем в средней зоне. Для упрощения вычислений функцию (3.7) можно представить в виде [1]:

$$d = e^{-e^{4-x}} \quad (3.13)$$

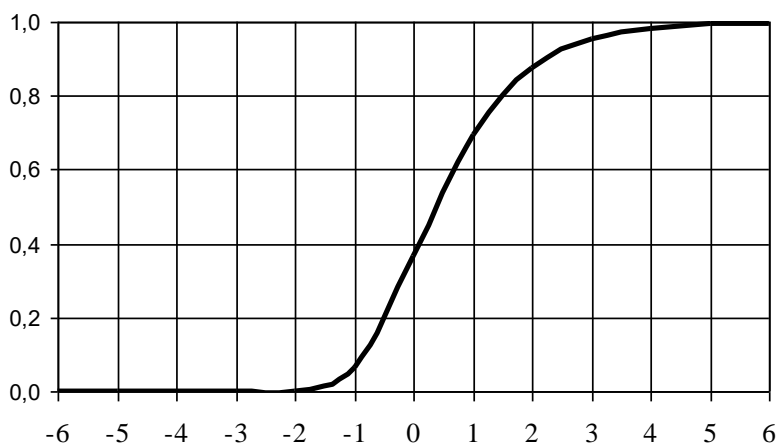


Рисунок 3.1 – График функции желательности

Если задаться максимальным и минимальным уровнями эффективности (уровнями желательности) $d_{\max}=0,80$ и $d_{\min}=0,20$ то значения X , соответствующие этим границам, можно определить следующим образом:

$$\begin{aligned} X_A = X_{\min} &= 4 + [-\ln(-\ln d_{\min})] = 3,53 \\ X_B = X_{\max} &= 4 + [-\ln(-\ln d_{\max})] = 5,50 \end{aligned} \quad (3.14)$$

Для того чтобы согласовать реальные числовые значения факторов x с числовыми значениями шкалы ОХ (рисунок 1) необходимо ввести масштабный коэффициент (M), который определяется по формуле

$$M_i = \frac{x_{i \max} - x_{i \min}}{X_B - X_A} \quad (3.15)$$

Далее необходимо перевести натуральные (реальные) значения факторов в безразмерные.

Если влияние фактора на результат прямое ($NAP = 1$), то используется формула (3.11).

$$x_i = X_A + \frac{x_i^p - x_{i \min}}{M_i} \quad (3.16)$$

Если влияние фактора – обратное ($NAP=0$), то используется формула (3.12)

$$x_i = X_B - \frac{x_i^p - x_{i \min}}{M_i} \quad (3.17)$$

Здесь x_i – кодовое значение фактора; x_i^p – натуральное значение фактора. Подставив значение x в уравнение (2.2) получим значение коэффициента желательности (предпочтения) d_i .

После того как реальным числовым значениям факторов x_i^p поставлены в соответствие частные функции желательности (d_i), можно определить обобщенный показатель D . Обобщать, то есть переходить от d_i к D , предлагается по формуле:

$$D = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n d_i} \quad (3.18)$$

Другими словами, показатель D определяется как среднее геометрическое частных коэффициентов d_i .

Итоги. Рассмотрен один из возможных подходов построения единого критерия оценки различных вариантов решений. Шкала желательности есть попытка формализации представлений инженера о важности тех или иных значений частных факторов. Нет никакой гарантии, что такие представления можно считать правильными.

В данной работе, например, рассматриваются задачи только с однонаправленным влиянием факторов на результат. Учет факторов, влияние которых имеет унимодальную форму, вызывает определенные трудности при решении задач.

Обобщенная функция желательности D является некоторым абстрактным построением. Однако она обладает рядом привлекательных свойств: функция (3.7) является количественным, однозначным, единым и универсальным показателем качества исследуемого объекта (наряду со свойствами адекватности, эффективности и статистической чувствительности). Поэтому функцию D можно использовать в качестве критерия оценки принимаемых решений.

Пример решения

Рассмотрим определение показателя эффективности комбайнового и индустриального способов уборки зерновых. При этом учитывать будем лишь два фактора: X_1 и X_2 (таблица 3.9).

Таблица 3.9 – Значения частных критериев и показателя d

Имя фактора	NAP	Границы изменчивости фактора		Значение факторов и d при комбайновой технологии		Значение факторов и d при индустриальной технологии	
		$X_{i \min}$	$X_{i \max}$	X_i^k	d_i^k	X_i	d_i
Сбор семян сорняков при уборке, %	1	10	95	20	?	90	?
Себестоимость зерна, руб/т	0	30	120	90	?	60	?
					D^k		D^H

По формуле (3.10) определяем масштабный коэффициент для X_1 и X_2 :

$$M_{x_1} = \frac{95 - 10}{5,50 - 3,53} = 43,15 \quad M_{x_2} = \frac{120 - 30}{5,50 - 3,53} = 45,7$$

Затем рассчитываем кодовые значения X_1^k и X_1^H . Так как фактор X_1 оказывает прямое влияние на эффективность, то значения X_1^k , X_1^H находим по формуле (3.11), а значения X_2^k , X_2^H по формуле (3.12).

$$X_i^k = 3,53 + \frac{20 - 10}{43,15} = 3,76 \quad X_i^k = 3,53 + \frac{90 - 10}{43,15} = 5,38$$

$$X_i^k = 5,50 - \frac{90 - 30}{45,7} = 4,19 \quad X_i^k = 5,50 - \frac{60 - 30}{45,75} = 4,84$$

Для нахождения частных коэффициентов желательности d_i подставим полученные значения X_1^k , X_2^k и X_1^H , X_2^H в уравнение (3.8). В результате вычислений получаем:

$$d_1^k = 0,28; \quad d_2^k = 0,44; \quad d_1^H = 0,78; \quad d_2^H = 0,65.$$

По формуле (7) определяем обобщенное значение коэффициента пред-почтительности для каждой технологии: D^k и D^H

$$D^k = \sqrt{0,28 \times 0,44} = 0,35; \quad D^H = \sqrt{0,78 \times 0,65} = 0,71.$$

Таким образом, анализ двух технологий уборки зерновых с учетом факторов сбора семян сорняков и себестоимости зерна показывает, что предпочтение следует отдать индустриальной технологии так как $D^H > D^k$ ($0,71 > 0,35$).

Ниже приведена схема алгоритма решения задачи с использованием обобщенной функции желательности.

- Постановка цели
- Назначение и ввод показателей
- Назначение и ввод альтернатив
- Ввод значений показателей для каждой альтернативы
- Расчет масштабных коэффициентов (формула 3.3)
- Перевод натуральных значений в безразмерные (формулы 3.4 и 3.5)
- Расчет частных значений коэффициентов предпочтения (формула 3.2)
- Расчет обобщенного показателя (формула 3.7)
- Выводы, Корректирующие мероприятия.

○ 3. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- Задание 1. Определить значение обобщенного показателя и сделать выбор из двух вариантов технологии уборки зерновых колосовых культур. Один из вариантов - это применение зернокомбайна СК-5М со стандартным хедером. Другой - использование очесывающего хедера типа SR-4200 (Великобритания). Показатели, характеризующие результаты работы агрегатов, приведены в таблице 4.
- Таблица 4 – Значения частных критериев

Показатели	Состав агрегата на уборке пшеницы	
	СК-5М+SR-4200	СК-5М
Дробление зерна, %	1,46	2,34
Содержание сорной примеси, %	0,62	0,04
Общие потери за жаткой, %:	0,48	0,25
свободным зерном	0,35	0,06
срезанным колосом	0,10	0,18
Производительность за 1ч.основного времени, га	1,75	1,18
Удельный расход топлива, кг/га	10,1	11,5
Металлоемкость, кг/м	402,6	191,8

-
- Задание 2. Определить значение обобщенного показателя и, основываясь на его значении, принять решение о приобретении комбайна для уборки черной смородины. В таблице 5 приведены показатели технического уровня комбайнов: отечественного – КПА-1 (ГСКБ ПО «Агромашина») и финской машины Йонас (А/О Ракенустемпо) .
- Таблица 5 – Значения эксплуатационных показателей

Показатель	Комбайн	
	КПА-1	Йонас
Производительность, га:		
за час основного времени	0,77	0,45
за час эксплуатационного времени	0,51	0,21
Мощность двигателя, кВт	18,4	37
Удельный расход топлива, кг/га	5,5	15
Полнота съема ягод, %	97,44	95,5
Полнота улавливания ягод, %	91,47	93,2
Полнота сбора ягод, %	89,13	89,0
Поломка многолетних ветвей, %	0	5,6
Удельная суммарная оперативная трудоемкость ТО, чел.ч/ч	0,07	0,14
Коэффициент готовности	0,95	0,91

-
- Задание 3. С помощью обобщенного показателя произвести оценку технического уровня продукции. В таблице 6 представлены значения оценочных показателей зерноуборочных комбайнов различных фирм.
- Таблица 6 – Значения частных критериев

Модель	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉
DON_1500	10,0	16,25	20,0	3,0	1,25	2,25	81,7	106,0	10,0
DOMINATOR_98SL	8,7	11,83	24,0	2,0	2,30	0,40	80,5	120,0	5,0
FIATAGRI_3600	8,0	13,40	21,4	2,0	0,80	1,00	84,0	120,0	5,0
M_7720_TITAN11	7,8	12,50	25,9	3,0	2,80	6,20	81,0	141,0	5,0
DD_8820	10,1	20,60	29,5	3,0	0,30	0,70	81,0	119,0	5,0
DOMINATOR_68	6,7	10,30	14,4	1,7	1,00	2,00	88,0	140,0	5,0
KEYS_1660	10,0	18,00	27,0	3,0	0,90	3,40	84,0	130,0	5,0
DD_1055	6,0	10,80	17,5	2,0	1,20	0,30	79,5	150,0	5,0
E_516B	8,0	3,20	17,0	1,7	1,10	0,70	84,0	223,0	13,0

-
- В таблице 6 приняты следующие обозначения: X₁ - пропускная способность, кг/с; X₂ - производительность, т/ч; X₃ - расход топлива, л/ч; X₄ - потери зерна за молотилкой, %; X₅ - дробление зерна, %; X₆ - сорная примесь, %; X₇ - уровень шума в кабине, дБ; X₈ - наработка, ч; X₉ - число отказов.
- Задание 4. С помощью обобщенного критерия произвести сравнительную оценку операционных систем.
- Таблица 7 – Данные по операционным системам
-

Наименование критерия	NT	OS/2	Unix
Способность ко взаимодействию	3,7	2,8	3,0
Возможности	3,7	3,2	3,5
Дружелюбность	3,7	3,1	2,1

Управляемость	3,6	3,4	2,6
Производительность	3,2	3,3	3,9
Эффективность по стоимости	3,2	3,4	2,8
Услуги и сопровождение	3,0	2,7	2,8

○

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра Управление качеством

Метод анализа иерархий
Методические указания к практическим занятиям
по дисциплине «Теория принятия управленческих решений»

Ростов-на-Дону
2021

Одним из эффективных методов оценки качества продукции является метод анализа иерархий, основанный на парном сравнении альтернатив ЛПР [18, 19]. Результатом опроса ЛПР является матрица $B = \|b_{ij}\|$ размера $n \times n$, где n – число точек u_i , в которых сравниваются значения функции принадлежности.

Элемент b_{ij} матрицы B является субъективной оценкой отношения и показывает, во сколько раз, по мнению ЛПР, один параметр важнее другого. Величина назначается в соответствии с балльной шкалой, значения которой интерпретируются в соответствии со шкалой интенсивности. Количество вопросов к ЛПР составляет

$$\frac{n^2 - n}{2}, \text{ так как по определению } b_{ii} = 1 \text{ и с целью согласования оценок ЛПР устанавливается, что } b_{ji} = \frac{1}{b_{ij}}.$$

Данный метод обладает рядом достоинств:

- применяемая в методе процедура парных сравнений является достаточно простой для ЛПР, поскольку она не навязывает ему априорных ограничений, например не требует транзитивности суждений;
- метод допускает наблюдаемую на практике несогласованность оценок эксперта (имеется в виду, что $b_{ij}b_{jk} \neq b_{ik}$) и вместе с тем позволяет учесть и оценить ее введением коэффициента несогласованности. Если $\lambda = 0$, то наблюдается ситуация полной согласованности суждений; чем больше λ , тем больше несогласованность суждений ЛПР;
- решение задачи о собственном векторе приводит к измерению функции принадлежности в шкале отношений.

Для иллюстрации основных этапов получения эффективного решения с помощью метода анализа иерархий (МАИ) рассмотрим гипотетическую задачу, имеющую прикладное значение. Для уборки зерновых культур необходимо приобрести зерноуборочный комбайн. На рынке имеются машины четырех фирм: А, В, С, D одинакового целевого назначения. Какой зернокомбайн выбрать в соответствии с потребностями покупателя?

Рекомендуется такая последовательность этапов при решении задачи [19].

1. Очертите проблему и определите, что вы хотите узнать.
2. Постройте иерархию, начиная с вершины (цели - с точки зрения управления), через промежуточные уровни (критерии, по которым зависят последующие уровни) к самому нижнему уровню (который обычно является перечнем альтернатив).
3. Постройте множество матриц попарных сравнений для каждого из нижних уровней - по одной матрице для каждого элемента примыкающего сверху уровня.
4. После проведения всех парных сравнений и ввода данных по собственному значению можно проверить согласованность. Затем, используя отклонение λ_{\max} от n , проверить индекс согласованности.
- Далее сравнивая с соответствующими средними значениями для случайных элементов, получаем отношение согласованности.
- Этапы 3 и 4 проводятся для всех уровней и групп в иерархии.
5. Используя иерархический синтез для взвешивания собственных векторов весами критериев, вычисляется сумма по всем соответствующим взвешенным компонентам собственных векторов уровня иерархии, лежащего ниже.
6. Проверяется согласованность всей иерархии.

Составление схемы иерархии. Модельный пример

В соответствии с планом проведения МАИ проведем декомпозицию и представим задачу в иерархической форме. Схема иерархии для рассматриваемой задачи приведена на рисунке 3.2. Целью построения является получение приоритетов элементов на последнем уровне, наилучшим образом отражающих относительное воздействие на вершину иерархии.

На первом (высшем) уровне находится общая цель: "Зернокомбайн".

На втором уровне находятся четыре показателя (критерия), уточняющие цель, и на третьем (нижнем) уровне находятся машины - кандидаты (варианты решения), которые должны быть оценены по отношению к критериям второго уровня.

Замечание 1. В примере на втором уровне рассматриваются пять критериев. Такое количество выбрано для иллюстрации метода и не связано с сутью рассматриваемой проблемы - выбора лучшего зернокомбайна.

Замечание 2. Закон иерархической непрерывности требует, чтобы элементы нижнего уровня иерархии были сравнимы попарно по отношению к элементам следующего уровня и т.д. вплоть до вершины иерархии. Например, надо получить имеющие смысл ответы на вопросы такого типа: насколько комбайн А лучше комбайна В или С по критерию производительности? и т.п.

Замечание 3. Необходимо стараться, чтобы при составлении схемы иерархии быть уверенным, что критерии и альтернативы отражают весь диапазон предпочтений и восприятия участников (лиц принимающих решение).

Замечание 4. Издавна известны магические свойства числа семь. Так вот в МАИ для проведения обоснованных численных сравнений не рекомендуется сравнивать более чем 7 ± 2 элементов. Если же возникает потребность в расширении уровней 2 и 3, то следует использовать принцип иерархической декомпозиции.

Другими словами если число критериев, например, превышает десятки, то необходимо элементы сгруппировать в сравниваемые классы приблизительно из семи элементов в каждом.



Рис. 3.2. Схема иерархии для решения проблемы выбора зернокомбайна

3.2 Составление матрицы парных сравнений для уровня 2

После выполнения работ на этапе иерархического представления проблемы необходимо установить приоритеты критериев и оценить каждую из альтернатив по критериям, выявив тем самым самую предпочтительную из них.

Для определения сравнительной важности факторов или результатов в проблемной ситуации необходимо составить матрицу парных сравнений. В общем виде эта матрица представлена в таблице 3.10.

Таблица 3.10 – Общий вид матрицы парных сравнений

Общее удовлетворение машиной	A_1	A_2	A_3	...	A_N
A_1	w_1/w_1	w_1/w_2	w_1/w_3	...	w_1/w_n
A_2	w_2/w_1	w_2/w_2	w_2/w_3	...	w_2/w_n
A_3	w_3/w_1	w_3/w_2	w_3/w_3	...	w_3/w_n
...
A_N	w_n/w_1	w_n/w_2	w_n/w_3	...	w_n/w_n

Здесь $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ – множество из n элементов; $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$ – соответственно их веса или интенсивности.

Замечание 1. Цель составления подобной матрицы заключается в определении факторов с наибольшими величинами важности, чтобы затем сконцентрировать внимание на них при решении проблемы или разработке плана действий.

Замечание 2. Если ожидается, что $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$ – неизвестны заранее (а это очень распространенная ситуация), то попарные сравнения элементов производятся с использованием субъективных суждений, численно оцениваемых по шкале, а затем решается проблема нахождения компонент w .

Замечание 3. Следует подчеркнуть, что в МАИ по соглашению сравнивается относительная важность левых элементов матрицы с элементами наверху. Поэтому если элемент слева важнее, чем элемент наверху, то в клетку заносится положительное целое (от 1 до 9); в противном случае – обратное число (дробь, например, $1/5$). Относительная важность любого элемента, сравниваемого с самим собой, равна 1; поэтому диагональ матрицы (табл.1) содержит только единицы. Наконец, обратными величинами заполняют симметричные клетки, т.е. если элемент A_1 воспринимается как слегка более важный. (3 на шкале) относительно элемента A_2 , то считается, что элемент A_2 слегка менее важен. ($1/3$ по шкале) относительно элемента A_1 .

Для проведения субъективных парных сравнений в МАИ предлагается шкала относительной важности (таблица 3.11).

Таблица 3.11 – Шкала относительной важности

Интенсивность относительной важности	Определение	Объяснения
1	Равная важность	Равный вклад двух видов деятельности в цель
3	Умеренное превосходство одного над другим	Опыт и суждения дают легкое превосходство одному виду деятельности над другим
5	Существенное или сильное превосходство	Опыт и суждения дают сильное превосходство одному виду деятельности над другим
7	Значительное превосходство	Одному виду деятельности дается настолько сильное превосходство, что оно становится практически значительным
9	Очень сильное превосходство	Очевидность превосходства одного вида деятельности над другим подтверждается наиболее сильно
2, 4, 6, 8	Промежуточные решения между двумя соседними суждениями	Принимаются в компромиссном случае

Если при сравнении одного вида деятельности с другим получено одно из вышеуказанных чисел (например, 3), то при сравнении второго вида деятельности с первым получаем обратную величину (т.е. 1/3).

В таблице 3.12 приведены ориентировочные значения рассматриваемых показателей.

Таблица 3.12 – Примерные значения показателей для различных альтернатив

Показатель	A	B	C	D
Производительность, т/ч	13	21	12	18
Потери зерна, %	2	3	3	3
Наработка, ч	160	119	120	130
Расход топлива, л/ч	29	30	24	27
Стоимость, тыс.руб	900	1100	1050	1200

Укрупненный алгоритм решения задачи с использованием метода анализа иерархий представлен ниже:

- Постановка цели.
- Назначение показателей.
- Выбор альтернатив.
- Ввод значений показателей для каждой альтернативы.
- Расчет весовости показателей (таблица 6 - 8).
- Определение вектора приоритетов по каждому показателю (таблицы 9 -16).
- Расчет вектора глобальных приоритетов (таблицы 17).
- Выводы, корректирующие мероприятия.

В соответствии с ранее изложенным, составим матрицу парных сравнений для определения весовости показателей качества (таблица 3.13). Матрица составляется, если записать сравниваемую цель (или критерий) вверху и переписать сравниваемые элементы слева и сверху.

Таблица 3.13 – Матрица парных сравнений показателей качества, построенная на основе субъективных суждений

Общее удовлетворение комбайном	Пр.	П.з.	Нар.	Р.т.	Ст.
Производительность (Пр.)	1/1	5/1	4/1	5/1	3/1
Потери зерна (П.з.)	1/5	1/1	1/2	2/1	1/2
Наработка (Нар.)	1/4	2/1	1/1	1/1	1/4
Расход топлива (Р.т.)	1/5	1/2	1/1	1/1	1/2
Стоимость (Ст.)	1/3	2/1	4/1	2/1	1/1

Матрицы парных сравнений для уровня 3

В примере требуется составить пять матриц для третьего уровня по отношению к критериям второго уровня.

Таблица 3.14 – Матрица парных сравнений для критерия КР1

Производительность	A	B	C	D
A	1	13/21	13/12	13/18
B	21/13	1	21/12	21/18
C	12/13	12/21	1	12/18
D	18/13	18/21	18/12	1

Таблица 3.15 – Матрица парных сравнений для критерия КР2

Потери зерна	A	B	C	D
A	1	3/2	2/2	3/2
B	2/3	1	2/3	3/3
C	2/2	3/2	1	3/2
D	2/3	3/3	2/3	1

Таблица 3.16 – Матрица парных сравнений для критерия КР3

Наработка	A	B	C	D
A	1	160/119	160/120	160/130
B	119/160	1	119/120	119/130
C	120/160	120/119	1	120/130
D	130/160	130/119	130/120	1

Таблица 3.17 – Матрица парных сравнений для критерия КР4

Стоимость	A	B	C	D
A	1	1100/900	1050/900	1200/900
B	900/1100	1	1050/1100	1200/1050
C	900/1050	1100/1050	1	1200/1050
D	900/1200	1100/1200	1050/1200	1

Таблица 3.18 – Матрица парных сравнений для критерия КР5

Расход топлива	A	B	C	D
A	1	30/29	24/29	27/29
B	29/3	1	24/30	27/30
C	29/24	30/24	1	27/24
D	29/27	30/27	24/27	1

Замечание 1. Объективные данные по показателям, использующихся для сравнения комбайнов, можно взять из протоколов испытаний, научной литературы, рекламных проспектов и т.п.

Замечание 2. Если существует шкала сравнений, т.е. имеется некоторый способ измерения, то данные могут использоваться для проведения сравнений; иначе клетки заполняются оценками, полученными в результате субъективных, но продуманных суждений.

Синтез приоритетов

Из группы матриц парных сравнений формируется набор локальных приоритетов, которые выражают относительное влияние множества элементов на элемент примыкающего сверху уровня.

Одним из способов определения приоритетов является вычисление геометрического среднего. Это можно сделать, перемножая элементы в каждой строке и извлекая корень n -й степени, где n – число элементов. Полученный таким образом столбец чисел нормализуется делением каждого числа на сумму всех чисел. Последовательность расчета составляющих вектора приоритетов приведена в таблице 3.10.

Для данных, приведенных в таблице 3.11, значения вектора приоритетов будут следующими.

Таблица 3.19 – Расчет вектора приоритетов (пример)

	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	Оценки компонент собственного вектора по строкам	Нормализация результата

A₁	$\frac{w_1}{w_1}$	$\frac{w_1}{w_2}$	$\frac{w_1}{w_3}$	$\frac{w_1}{w_4}$	$\sqrt[n]{\frac{w_1}{w_1} \cdot \frac{w_1}{w_2} \cdot \frac{w_1}{w_3} \cdot \frac{w_1}{w_4}} = a$	$\frac{a}{a+b+c+d} = X_1$
A₂	$\frac{w_2}{w_1}$	$\frac{w_2}{w_2}$	$\frac{w_2}{w_3}$	$\frac{w_2}{w_4}$	$\sqrt[n]{\frac{w_2}{w_1} \cdot \frac{w_2}{w_2} \cdot \frac{w_2}{w_3} \cdot \frac{w_2}{w_4}} = b$	$\frac{b}{a+b+c+d} = X_2$
A₃	$\frac{w_3}{w_1}$	$\frac{w_3}{w_2}$	$\frac{w_3}{w_3}$	$\frac{w_3}{w_4}$	$\sqrt[n]{\frac{w_3}{w_1} \cdot \frac{w_3}{w_2} \cdot \frac{w_3}{w_3} \cdot \frac{w_3}{w_4}} = c$	$\frac{c}{a+b+c+d} = X_3$
A₄	$\frac{w_4}{w_1}$	$\frac{w_4}{w_2}$	$\frac{w_4}{w_3}$	$\frac{w_4}{w_4}$	$\sqrt[n]{\frac{w_4}{w_1} \cdot \frac{w_4}{w_2} \cdot \frac{w_4}{w_3} \cdot \frac{w_4}{w_4}} = d$	$\frac{d}{a+b+c+d} = X_4$

Таблица 3.20 – Матрица парных сравнений для критерия КР1

Общее удовлетворение комбайном	Вектор приоритетов, X _i
Производительность	0,491
Потери зерна	0,099
Наработка	0,104
Расход топлива	0,086
Стоимость	0,220

В таблице 3.21 представлены парные сравнения для третьего уровня иерархии, иллюстрирующие сравнительную желательность вариантов марок зернокомбайнов по отношению к критериям второго уровня.

Таблица 3.21 – Парные сравнения для третьего уровня

Вариант решения	Вектор приоритетов				
	Производительность	Потери зерна	Расход топлива	Наработка	Стоимость
A	0,203	0,3	0,235	0,302	0,292
B	0,328	0,2	0,228	0,225	0,239
C	0,188	0,3	0,284	0,227	0,250
D	0,281	0,2	0,253	0,246	0,219

Выявление глобальных приоритетов

Согласно МАИ приоритеты синтезируются, начиная со второго уровня вниз. Локальные приоритеты перемножаются на приоритет соответствующего критерия на вышестоящем уровне и суммируются по каждому элементу в соответствии с критериями, на которые воздействует этот элемент.

Расчетное значение общей ценности варианта определяется взвешенной суммой локальных приоритетов, которая получается путем их последовательной аддитивной свертки по всем уровням иерархии:

$$v_i(A_i) = \sum_{q=1}^n w_i v^q(A_i).$$

Пример расчета глобальных приоритетов приведен ниже (таблица 3.22).

Таблица 3.22 – Данные для расчета глобальных приоритетов

Вариант решения	Вектор приоритетов				
	Производительность	Потери зерна	Расход топлива	Наработка	Стоимость
	0,491	0,099	0,086	0,104	0,220
A	0,203	0,3	0,235	0,302	0,292
B	0,328	0,2	0,228	0,225	0,239
C	0,188	0,3	0,284	0,227	0,250
D	0,281	0,2	0,253	0,246	0,219

Для варианта A имеем:

$$v_1(A) = 0,491 \cdot 0,203 + 0,099 \cdot 0,3 + 0,086 \cdot 0,235 + 0,104 \cdot 0,302 + 0,22 \cdot 0,292 = 0,248$$

Таблица 3.23 – Глобальные приоритеты

Наименование	Значение глобальных приоритетов
A	0,248
B	0,279

C	0,217
D	0,255

Согласованность локальных приоритетов

Индекс согласованности (ИС) дает информацию о степени нарушения численной и порядковой согласованности. Для улучшения согласованности рекомендуется поиск дополнительной информации и пересмотр данных, использованных при построении шкалы. Вместе с матрицей парных сравнений можно определить меру оценки степени отклонения от согласованности. Когда такие отклонения превышают установленные пределы, тому, кто проводит суждения, следует перепроверить их в матрице.

Индекс согласованности в каждой матрице вычисляется следующим образом. Сначала суммируется каждый столбец суждений, затем сумма первого столбца умножается на значение первой компоненты нормализованного вектора приоритетов, сумма второго столбца - на вторую компоненту и т.д. Затем полученные числа суммируются. Таким образом находится величина λ_{\max} (наибольшее собственное значение матрицы суждений А). Индекс согласованности ИС определяется по формуле

$$ИС = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1},$$

где n - число сравниваемых элементов.

Отношение согласованности (ОС) определяется как частное от деления ИС и числа, соответствующего случайной согласованности матрицы того же порядка (таблица 3.24). Величина ОС должна быть порядка 10% или менее, чтобы быть приемлемой. В некоторых случаях можно допустить 20%, но не более. Если ОС выходит из этих пределов то участникам нужно исследовать задачу и уточнить (проверить) свои суждения. В нашем примере ИС=0,0512; ОС=4,6%, что является хорошим результатом.

Таблица 3.24 – Средние согласованности для случайных матриц

Размер матрицы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Случайная согласованность	0	0	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Согласованность всей иерархии можно найти, перемножая каждый индекс согласованности на приоритет соответствующего критерия и суммируя полученные числа. Результат затем делится на выражение такого же типа, но со случайным индексом согласованности, соответствующим размерам каждой взвешенной приоритетами матрицы. Приемлемым является ОС около 10% или менее. В противном случае качество суждений следует улучшить, возможно пересмотрев способ, следуя которому задаются вопросы при проведении парных сравнений. Если это не поможет улучшить согласованность, то, вероятно, задачу следует более точно структурировать, т.е. сгруппировать аналогичные элементы под более значащими критериями. Потребуется возврат к этапу 2, хотя пересмотра могут потребовать только сомнительные части иерархии.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра Управлением качеством

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОДУКЦИИ

Методические указания к практическим занятиям
по дисциплине "Теория принятия управленческих решений"

г. Ростов-на-Дону

2021

5. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОДУКЦИИ

Обозначим набор требований (условий) технического задания (ТЗ) через X , а набор характеристик желаемого проектного решения буквой Y . Тогда задачу проектирования можно представить как задачу преобразования технического задания в проект [8]:

$$Y = F_0(X), \quad (5.1)$$

где F_0 – процедура построение проекта Y по его техническому заданию.

Успешное решение задачи создания нового образца продукции возможно при наличии определенных правил проектирования. Как показывает практика, получение указанных правил связано со значительными трудностями. Поэтому подход, основанный на детальном знании, реализуется лишь для решения сравнительно простых, хорошо изученных и широко применяемых на практике задач.

Другой подход определения характеристик проектных решений основывается на известном кибернетическом принципе изучения сложных систем по типу «вход-выход». В качестве примера рассмотрим эволюцию некоторых параметров комбайна, спроектированного по классической схеме.

Таблица 5.1 – Изменение параметров комбайна во времени

Параметр	Годы		
	1948	1973	1985
Площадь решет очистки, м ²	1,95	2,49	4,42
Длина соломотряса, м	2,6	3,62	4,2
Объем бункера, м ³	1,8	3,0	6,0

На практике широко используются типовые методы проектирования. Кроме того, конструктор зачастую старается применить в конструкции оправдавшие себя в реальных производственных условиях проектные решения. В результате чего налицо имеется либо доработка машины, которая заключается в приспособлении машины к требованиям новой задачи (могут измениться габариты, мощность, и т.п.), либо модификация машины (при этом сохраняется принцип действия, но меняются состав, размещение и соединение рабочих органов и элементов привода в пространстве и т.п.).

Таким образом, имеется набор характеристик какого-либо изделия, который будем называть матрицей из N прецедентов [8], т.е.

$$I = \langle X_j, Y_j \rangle (j = 1, N),$$

где X_j – задание на проектирование; Y_j – проект разработанный ранее по указанному заданию, т.е. $Y_j = F^0(X)$, $j = 1, N$.

Рассматриваемый метод позволяет использовать накопленный опыт и с учетом требований нового технического задания X_{N+1} получить приблизительное проектное решение Y_{N+1} без детального анализа специфики проектирования F^0 . Следовательно, метод многомерной линейной экстраполяции позволяет решать задачу восстановления функции в условиях информационной недостаточности в пространствах малой размерности.

5.1 Алгоритм прогнозирования

Алгоритм состоит в следующем. Составляется уравнение для элементов векторного линейного параметризованного подпространства

$$\{X'\} = X_1 + \sum_{j=1}^{k-1} \lambda_j \cdot (X_{j+1} - X_1), \quad (5.2)$$

где $\{X'\}$ – множество векторов возможных ситуаций X (реальных проектов), (X_1, X_2, \dots, X_k) ; X_1 – первая проектная ситуация; k – число ситуаций; λ_j – коэффициент пропорциональности.

Далее вводится функция близости, характеризующая удаленность (близость) одной ситуации от другой

$$\Phi = \Phi(X, X') \text{ где } X \in \{X\}, X' \in \{X'\}. \quad (5.3)$$

Используя условия конкретной задачи, подробно расписывается выражение (5.3). На следующем шаге выполняется процедура минимизация функции близости, для чего определяются частные производные по параметрам λ_j , т.е.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_j} = 0, \quad j = \overline{1, k-1}.$$

В результате решения полученной системы уравнений находим численные значения коэффициентов пропорциональности и подставляем их в уравнение (5.4) для нахождения вектора проектных решений

$$\{Y'\} = Y_1 + \sum_{j=1}^{k-1} \lambda_j \cdot (Y_{j+1} - Y_1), \quad (5.4)$$

где Y_1 – первое проектное решение (выходная величина в первой ситуации); k – число проектных решений, соответствующее количеству ситуаций.

В качестве иллюстрации рассмотрим оценку значения массы комбайна «Дон-1500», по своей функциональной схеме имеющего несколько предшественников (табл. 5.2).

Таблица 5.2 – Значение технических характеристик машин-аналогов

Марка комбайна	F_j (масса)	A_j	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
СК-3	5580	A_1	1,2	0,6	1,95	3,16	1,8
СК-5	7890	A_2	1,2	0,6	2,49	4,26	3,0
Дон-1500	13400	A_3	1,5	0,8	4,42	6,02	3,0

В литературе [9] имеются данные о том, что при определении класса комбайна необходимо учитывать следующие параметры: X_1 – ширина молотилки, м; X_2 – диаметр молотильного барабана, м; X_3 – общая площадь решет очистки, м²; X_4 – общая площадь соломотряса, м²; X_5 – объем бункера, м³.

Этот набор конструктивных параметров принимаем в качестве составляющих вектора возможной ситуации.

В качестве примера рассмотрим определение оценки одного из выходных параметров технической системы – массы нового комбайна.

5.2 Пример в трехмерном пространстве

На стадии эскизного проектирования оценить значение массы комбайна Дон-1500, используя при этом три параметра машин-аналогов СК-3 и СК-5 (диаметр молотильного барабана, площадь очистки и объем бункера). Другими словами, в распоряжении конструктора имеется две проектные ситуации

$$A_1(0,6; 1,95; 1,8) \text{ и } A_2(0,6; 2,49; 3,0),$$

для которых известны выходные характеристики, т.е. значения массы комбайна – $F_1 = 5580$ и $F_2 = 7890$.

Необходимо найти значение массы F_3 нового комбайна с параметрами $A_3(0,8; 4,42; 6,0)$.

Как видно из табл. 5.2, для ситуации A_3 известно точное значение массы комбайна. Это значение будем использовать для оценки погрешности применяемого метода.

В соответствии с алгоритмом метода составим подпространство известных состояний по формуле

$$\{X'\} = A_1 + \lambda \cdot (A_2 - A_1).$$

Для примера получаем по координатное представление подпространства

$$\{X'\} = \{(0,6 + 0\lambda), (1,95 + 0,54\lambda), (1,8 + 1,2\lambda)\}.$$

Далее вводим функцию близости $\Phi(X' - A_3) = |X' - A_3|^2$.

Учитывая условия задачи, получаем количественное представление функции близости в виде:

$$\Phi(X' - A_3) = (0,6 - 0,8)^2 + (0,54\lambda - 2,47)^2 + (1,2\lambda - 4,2)^2.$$

Минимизируем функцию близости, для чего определяем ее производную по параметру λ и приравниваем к нулю:

$$\Phi_1 = 3,4632\lambda - 12,7476 = 0.$$

Решая полученное уравнение, находим значение параметра

$$\lambda = 3,68.$$

По формуле (5.4), которая в данном случае имеет вид:

$$F_3^{1\lambda} = F_1 + \lambda \cdot (F_2 - F_1)$$

получаем значение массы комбайна (в кг)

$$F_3^{1\lambda} = 5580 + 3,68 \times (7890 - 5580) = 14081.$$

Сравнивая значения F_3 и $F_3^{1\lambda}$, получаем оценку погрешности для данного примера $\delta_1 = 4,83\%$.

Значение ошибки говорит о достаточной близости прогнозируемой оценки массы к реальному значению. Однако представляет интерес рассмотреть более представительные проектные ситуации.

5.3 Пример в пятимерном пространстве

В данном примере мы используем все данные, приведенные в табл. 5.2.

В нашем распоряжении имеются данные по двум проектным ситуациям

$$A_1(1,2; 0,6; 1,95; 3,16; 1,8) \text{ и } A_2(1,2; 0,6; 2,49; 4,26; 3,0),$$

для которых известны выходные характеристики

$$F_1 = 5580 \text{ и } F_2 = 7890.$$

Необходимо определить входную характеристику F_3^{23} системы с параметрами $A_3(1,5; 0,8; 4,42; 6,02; 6,0)$.

В соответствии с алгоритмом метода многомерной экстраполяции по выражению (5.2) получим по координатное представление подпространства

$$\{X'\} = \{(1,2+0), (0,6+0\lambda), (1,95+0,54\lambda), (3,16+1,1\lambda), (1,8+1,2\lambda)\}.$$

Далее вводим функцию близости

$$\Phi(X' - A_3) = |X' - A_3|^2$$

и, используя условия задачи, определяем количественное представление этой функции в виде:

$$\Phi(X' - A_3) = (1,2-1,5)^2 + (0,6-0,8)^2 + (0,54\lambda-2,47)^2 + (1,1\lambda-2,86)^2 + (1,2\lambda-4,2)^2.$$

Минимизируем функцию близости, для чего определим ее произвольную по параметру λ и приравняем к нулю

$$\Phi_\lambda = 5,8832\lambda - 19,04 = 0.$$

Решение уравнения $\lambda = 3,24$. По формуле (5.4), которая в данном случае имеет вид: $F_3^{23} = F_1 + \lambda(F_2 - F_1)$ получим значение выходной характеристики (массы комбайна) $F_3^{23} = 13064$. Сравнивая значения F_3 (см. табл. 5.2) и F_3^{23} , получаем оценку погрешности при прогнозировании массы комбайна Дон-1500. Она составляет $\delta_2 = 2,5\%$. Анализ значений δ_1 и δ_2 показывает, что погрешность снизилась.

Пример в пятимерном пространстве с тремя проектными ситуациями

Представляет интерес определить оценку массы комбайна с новыми параметрами S_4 (1,6;0,8;4,8;6,36;7,0), используя имеющуюся информацию, т.е. известные проектные ситуации S_1, S_2, S_3 , (см. табл. 2).

Задачу будем решать в двух вариантах.

Первый вариант – определение массы нового комбайна Y_4^{13} по двум проектным ситуациям S_1 и S_2 . Алгоритм решения первого варианта аналогичен рассмотренному выше примеру, и поэтому приведем лишь окончательное решение $Y_4^{13} = 14450$ кг.

А теперь решим эту задачу, используя всю информацию, т.е. проектные ситуации S_1, S_2 и S_3 . Как и в примере, составляем пространство известных ситуаций

$$\{X'\} = \{(1,2+0\lambda_1+0,3\lambda_2), (0,6+0\lambda_1+0,2\lambda_2), (1,8+1,2\lambda_1+4,2\lambda_2), (1,95+0,54\lambda_1+2,47\lambda_2), (3,16+1,1\lambda_1+2,86\lambda_2)\}$$

Вводим квадратичную функцию близости, новой ситуации S_4 к подпространству $\{X'\}$

$$\Phi(X' - S_4) = (0,3\lambda_2 - 0,4)^2 + (0,2\lambda_2 - 0,2)^2 + (1,2\lambda_1 + 4,2\lambda_2 - 5,2)^2 + (0,54\lambda_1 + 2,47\lambda_2 - 2,85)^2 + (1,1\lambda_1 + 2,86\lambda_2 - 3,2)^2.$$

Минимизируем функцию близости, для чего приравняем ее производные по λ_1 и λ_2 нулю

$$\Phi_{\lambda_1} = 5,8832\lambda_1 + 19,0396\lambda_2 - 22,598 = 0$$

$$\Phi_{\lambda_2} = 19,04\lambda_1 + 64,101\lambda_2 - 76,383 = 0$$

Решая эту систему уравнений, находим значения переменных λ_1 и λ_2 при которых $\Phi(X' - S_4)$ минимальна:

$$\lambda_1 = -0,49; \quad \lambda_2 = 1,338.$$

Затем по формуле (5.4) строим подпространство решений

$$Y_4^{23} = Y_1 + \lambda_1 \cdot (Y_2 - Y_1) + \lambda_2 \cdot (Y_3 - Y_1) = 5580 - 0,49 \cdot (7890 - 5580) + 1,338 \cdot (13400 - 5580).$$

В результате вычислений находим экстраполированное значение массы комбайна, разное $Y_4^{23} = 14911$ кг.

Как видно из расчетов, добавление третьей проектной ситуации привело к увеличению прогнозируемой оценки.

В заключение отметим, что надежность результатов прогнозирования технических характеристик продукции зависит от множества факторов. Одним из главных является рациональный выбор аналогов.

По сути дела, указанная рациональность подразумевает выполнение ряда гипотез относительно корректности применения рассматриваемого метода.

В основе метода многомерной экстраполяции лежат предположения [8]:

- 1) о линейной зависимости выходных параметров характеристик технической системы от управляемых параметров и проектных ситуаций;
- 2) о близости новых ситуаций к подпространству $\{X'\}$, в результате чего погрешность экстраполяции зависит от размерности проектных задач и полноты подпространства известных ситуаций, что позволяет отобразить новую ситуацию на известное подпространство ситуаций с минимальной погрешностью.

Таким образом, успех прогнозирования базируется в основном на не формальном анализе исходных данных, умелом выборе проектных ситуаций и составляющих вектора ситуаций. Но, несмотря на многие «подводные камни» на ранних стадиях проектирования, когда объем информации о проектируемой машине минимальный, эффективность метода многомерной линейной экстраполяции очевидна.

4 МОДИФИКАЦИИ АЛГОРИТМА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

При не выполнении предпосылок, рассмотренных ранее, а также не совсем удачном выборе аналогов, погрешность прогнозируемой оценки выходного параметра может быть велика.

Для повышения точности метода линейности экстраполяции используются две его модификации: сдвиг подпространства и поворот подпространства. Рассмотрим на примере, заимствованном из работы [2], суть этих измерений.

Пусть заданы ситуации X_1 и X_2 и их решения Y_1 и Y_2 . Требуется определить решение Y_3 для новой проектной ситуации X_3 . Основные данные для решения задачи представлены в таблице 3.

Таблица 3 Справочные данные для расчета

i	X_i	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Y_i
1	X_1	2	1	2	1	1	23
2	X_2	4	3	3	3	2	48
3	X_3	7	6	10	8	6	117

4.1. Метод пропорционального сдвига подпространства

Решим эту же задачу с помощью метода сдвига. В этом случае подпространство проектных ситуаций определяется по формуле

$$\{X'\} = p \cdot [X_1 + \sum_{i=1}^{k-1} \lambda_i \cdot (X_{i+1} - X_1)]. \quad (5)$$

Для двух ситуаций нашего примера формула (5) будет иметь вид:

$$\{X'\} = p \cdot [X_1 + \lambda(X_2 - X_1)]. \quad (6)$$

После расшифровки выражение (6) будет следующим:

$$\{X'\} = \{p(2+2\lambda), p(1+2\lambda), p(2+\lambda), p(1+2\lambda), p(1+\lambda)\}.$$

Формула для функции близости, которая зависит от параметров p и λ , имеет вид

$$\Phi(X' - X_{\mathcal{D}}) = \sum_{l=1}^m \{p[X_{1l} + \sum_{i=1}^{k-1} \lambda_i \cdot (X_{i+1} - X_1)_l] - X_{\mathcal{D}l}\}^2. \quad (7)$$

С учетом условий задачи, выражение (7) запишем следующим образом:

$$\Phi(X' - X_3) = (2p+2\lambda p-7)^2 + (p+2\lambda p-6)^2 + (2p+\lambda p-10)^2 + (p+2\lambda p-8)^2 + (p+\lambda p-6)^2.$$

Минимизируя эту функцию по p и λ , получаем: $p=3,55$; $\lambda=0,38$. Экстраполированное решение определяется по формуле

$$Y_{\mathcal{D}} = p[Y_1 + \sum_{i=1}^{k-1} \lambda_i (Y_{i+1} - Y_1)]. \quad (8)$$

В данном случае для ситуации X_3 решение находится по экстраполяционной формуле модифицированного алгоритма $Y_3 = p[Y_1 + \lambda(Y_2 - Y_1)] = 115$.

Погрешность будет $\delta_2 = 1,6\%$, что значительно меньше, чем погрешность $\delta_1 = 8,5\%$, полученная ранее.

4.2. Метод поворота подпространства ситуаций

Для повышения точности линейной экстраполяции в этом случае иначе формируют подпространство проектных ситуаций

$$\{X'\} = pX_1 + \sum_{i=1}^{k-1} \lambda_i \cdot (X_{i+1} - pX_1). \quad (9)$$

Для нашей задачи выражение (9) будет иметь вид:

$$\{X'\} = pX_1 + \lambda(X_2 - pX_1)$$

или $\{X'\} = X\{[2p(1-\lambda) + 4\lambda], [p(1-\lambda) + 3\lambda], [p(1-\lambda) + 3\lambda], [p(1-\lambda) + 2\lambda]\}.$

Функция близости определяется по формуле

$$\Phi(X' - X_2) = \sum_{l=1}^n [pX_{1l} + \sum_{i=1}^{k-1} \lambda_i (X_{i+1} - pX_1)_l - X_{2l}]^2. \quad (10)$$

В нашем случае функция близости имеет вид:

$$\Phi(X' - X_3) = [pX + (X_2 - pX_1) - X_3]^2.$$

или

$$\Phi(X' - X_3) = [2p(1 - \lambda) + 4\lambda - 7]^2 + [p(1 - \lambda) + 3\lambda - 6]^2 + [2p(1 - \lambda) + 3\lambda - 10]^2 + [p(1 - \lambda) + 3\lambda - 8]^2 + [p(1 - \lambda) + 2\lambda - 6]^2.$$

Минимизируя Φ по p и λ , определяем $\lambda = 1,38$; $p = -6,8$.

Решение находим по экстраполяционной формуле, полученной для модифицированного алгоритма, связанного с поворотом подпространственной ситуацией

$$Y_{\mathcal{G}} = pY_1 + \sum_{i=1}^{k-1} \lambda_i \cdot (Y_{i+1} - pY_1) \quad (11)$$

или

$$Y_{\mathcal{G}} = p \cdot Y_1 + \lambda \cdot (Y_2 - pY_1).$$

Погрешность при этом составляет $\delta_3 = 1,5\%$.

Анализ значений δ_1 , δ_2 , δ_3 показывает, что модификации алгоритма многомерной линейной экстраполяции, связанные с поворотом и сдвигом подпространства ситуаций, позволяет улучшить результат прогнозирования, что особенно важно при малом числе наблюдений.

5. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

5.1 Определить выходной параметр - пропускную способность комбайна Y_3 с параметрами $A_3(1,5; 0,8; 4,42; 6,02; 6,0)$. Для решения задачи использовать данные машины - аналогов (см. табл. 2) с учетом, что $Y_1 = 3$ кг/с и $Y_2 = 5$ кг/с.

5.2. Определить мощность двигателя зерноуборочного комбайна Y_3 с параметрами A_3 из предыдущей задачи. Для решения использовать имеющиеся проектные ситуации (см. табл. 2) с учетом, что $Y_1 = 48$ кВт и $Y_2 = 88$ кВт.

5.3. Определить массу комбайна фирмы Джон Дир марки 8820 с параметрами $A_3(1,66; 0,56; 4,39; 6,36; 7,8)$. Условия задачи приведены в табл. 4.

5.4 Определить мощность двигателя комбайна Джон Дир марки 8820 - Y_3 , используя данные предыдущей задачи.

Таблица 4 Характеристики комбайнов

Марка "Джон Дир"	Ширина молотилки, м	Диаметр барабана, м	Площадь решетки очистки, м ³	Площадь соломот-ряса, м ²	Объем бункера, м ³	Масса комбайна, кг	Мощность двигателя, кВт
975	1,3	0,61	4,60	4,72	4,2	8150	110
985	1,6	0,61	5,32	5,55	4,2	8990	125
8820	1,66	0,56	4,39	6,36	7,8	11210	165